

# LINEARNE JEDNAČINE SA PARAMETRIMA

## PONOVIMO!!!

Pod linearnom jednačinom "po  $x$ " podrazumijevamo svaku jednačinu sa nepoznatom  $x$  koja se ekvivalentnim transformacijama svodi na jednačinu oblika:

$$a \cdot x = b$$

gde su  $a$  i  $b$  dati realni brojevi.

Za svaku linearnu jednačinu važi:

- 1)  $ax=b$ ,  $a = 0$  i  $b = 0$  jednačina ima beskonačno mnogo rješenja ( $x \in \mathbf{R}$ )  
primjer:  $0x = 0$ , svaki broj zadovoljava jednakost (svaki broj pomnožen sa 0 daje 0)
- 2)  $ax=b$ ,  $a = 0$  i  $b \neq 0$ , jednačina nema rješenje ( $x \in \emptyset$ )  
primjer:  $0x = 5$  nema rješenje (ne postoji broj koji pomnožen sa 0 daje 5)
- 3)  $ax = b$ ,  $a \neq 0$ , rješenje jednačine je  $x = \frac{b}{a}$   
primjer:  $2x = 4$ , rješenje je  $x = \frac{4}{2}$  tj.  $x = 2$

Iz ova tri slučaja vidimo da od  $a$  i  $b$  zavisi da li će jednačina i koliko rješenja imati. Šta se dešava kada  $a$  nije konkretan broj nego izraz koji sadrži neki parametar? Kako znati koja od navedene tri mogućnosti je zastupljena u zadatku?

**U tom slučaju dužni smo RAZMOTRITI SVE TRI mogućnosti U ZAVISNOSTI OD PARAMETRA.**

**Pokazaćemo na primjerima!**

## ZADACI

**Riješi jednačinu u zavisnosti od parametra  $a$ .**

**Vodi računa:  $x$  je nepoznata veličina u zadacima, parametar  $a$  se smatra poznatim. Tako članovi koji sadrže  $a$  ali ne sadrže  $x$  se prebacuju na desnu stranu jednakosti (poslije znaka = ). Na lijevoj strani jednakosti (prije znaka = ) treba da budu članovi koji sadrže  $x$ !**

$$1) a(a^2 - x) = a - x$$

Prvo se oslobađamo zagrade množenjem. Zatim razdvajamo nepoznate članove od poznatih. Sa obje strane jednakosti izvlačimo zajednički djelilac ispred zagrade.

$$\begin{aligned} a(a^2 - x) &= a - x \\ a^3 - ax &= a - x \\ x - ax &= a - a^3 \\ (1 - a)x &= a(1 - a^2); \end{aligned}$$

Nakon toga, treba obratiti pažnju na činilac uz  $x$ , u našem slučaju to je  $(1 - a)$ .

- 1) Ako je  $1 - a = 0$ , što bi značilo da je  $a = 1$ , jednačina bi imala oblik:

$$\begin{aligned} (1 - 1)x &= 1(1 - 1^2) \\ 0x &= 0 \end{aligned}$$

Ovo je neodređena jednačina, koja ima beskonačno rješenja jer svaki broj pomnožen sa 0 daje 0 ( $x$  može biti bilo koji realan broj).

Tada pišemo

$$\mathbf{x \in \mathbb{R}} \text{ (} \mathbb{R} \text{ je skup realnih brojeva)}$$

- 2) Ako  $1 - a \neq 0$ , što bi značilo da  $a \neq 1$ , jednačina ima oblik:

$$(1 - a)x = a(1 - a^2)$$

Tada jednačinu rješavamo:

$$x = \frac{a(1 - a^2)}{1 - a}$$

$1 - a^2 = (1 - a)(1 + a)$ , razlika kvadrata

Pa je

$$x = \frac{a(1 - a)(1 + a)}{1 - a}$$

Poslije skraćivanja razlomka, dobijamo

$$x = a(1 + a)$$

2)

$$\begin{aligned}a^2(x-1) &= 2ax-4 \\ a^2x-a^2 &= 2ax-4 \\ a^2x-2ax &= a^2-4 \\ a(a-2)x &= (a-2)(a+2).\end{aligned}$$

Za  $a = 0$  jednađzba nema rješenja jer je  $0 \cdot x = -4$  a takav  $x$  ne postoji, za  $a = 2$  jednađzba je neodređena, za  $a \neq 0$  i  $a \neq 2$  rješenje jednađzbe je  $x = \frac{a+2}{a}$ .

3)

$$\begin{aligned}a^2(x-1) &= x+a \\ a^2x-a^2 &= x+a \\ a^2x-x &= a+a^2 \\ (a-1)(a+1)x &= a(a+1).\end{aligned}$$

Za  $a = 1$  jednađzba nema rješenja, za  $a = -1$  jednađzba je neodređena, za  $a \neq 1$  i  $a \neq -1$  rješenje jednađzbe je  $x = \frac{a}{a-1}$ .

4)

$$\begin{aligned}9a^2(x+1) &= 4+6ax \\ 9a^2x+9a^2 &= 4+6ax \\ 9a^2x-6ax &= 4-9a^2 \\ 3a(3a-2)x &= (2-3a)(2+3a).\end{aligned}$$

Za  $a = 0$  jednađzba nema rješenja, za  $a = \frac{2}{3}$  jednađzba je neodređena, za  $a \neq 0$  i  $a \neq \frac{2}{3}$  rješenje jednađzbe je  $x = -\frac{3a+2}{3a}$ .

5)

$$\begin{aligned}a^2(x-1) &= ax-1 \\ a^2x-a^2 &= ax-1 \\ a^2x-ax &= a^2-1 \\ a(a-1)x &= (a-1)(a+1).\end{aligned}$$

Za  $a = 0$  jednađzba nema rješenja, za  $a = 1$  jednađzba je neodređena, za  $a \neq 0$  i  $a \neq 1$  rješenje jednađzbe je  $x = \frac{a+1}{a}$ .

6)

$$\begin{aligned}a^2(2x-1) &= -4-4ax \\ 2a^2x-a^2 &= -4-4ax \\ 2a^2x+4ax &= a^2-4 \\ 2a(a+2)x &= (a-2)(a+2).\end{aligned}$$

Za  $a = 0$  jednađzba nema rješenja, za  $a = -2$  jednađzba je neodređena, za  $a \neq 0$  i  $a \neq -2$  rješenje jednađzbe je  $x = \frac{a-2}{2a}$ .

### Domaći zadatak !!!

Riješi jednačine u zavisnosti od parametra  $a$ .

- $10 + 3(x - 2) = ax + 3$
- $1 - 3a + 5x = ax - 2a + 4x$
- $a^2x + 4 = a(x + 4)$